Heinrich-Heine-Gymnasium
Bottrop

Schulinterner Lehrplan

zum Kernlehrplan für die

Sekundarstufe II

des Faches

Mathematik

Stand: **15.5.2017**

geplante Überarbeitung: Keine Überarbeitung geplant, da Lehrplan ausläuft

Inhaltsverzeichnis

1 Das Fach Mathematik am Heinrich-Heine-Gymnasium

Das Heinrich-Heine-Gymnasium ist eines von drei öffentlichen Gymnasien der Stadt Bottrop. Es liegt im Innenstadtbereich und hat eine entsprechend heterogene Schülerschaft, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft. Das Heinrich-Heine-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I vier- bis fünfzügig und wird als Halbtagsgymnasium mit offenem Ganztagsangebot geführt.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 15 Schülerinnen und Schüler aus Real- und Hauptschulen neu aufgenommen.

In der Regel werden in der Einführungsphase fünf parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase zwei Leistungs- und vier Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im Rahmen des modifizierten Doppelstundenmodells am Heinrich-Heine-Gymnasium statt.

Der individuellen Förderung der Schülerinnen und Schüler fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.

Durch das Programm „Schüler-helfen-Schülern“ und den Förderunterricht am Heinrich-Heine-Gymnasium in den Jahrgangsstufen 6 bis 8 werden Schülerinnen und Schüler mit Übergangs- und Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt. Im Rahmen des Förderunterrichts wird auch eine Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler angeboten.

Interessierte Schülerinnen und Schüler aller Jahrgangsstufen erhalten die Möglichkeit an verschiedenen Wettbewerben (u.a. Känguru-Wettbewerb, SAMMS, Informatik-Biber) teilzunehmen.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass bei der Vermittlung mathematischer Fachinhalte Lebensweltbezüge berücksichtigt werden.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein graphikfähiger Taschenrechner (GTR) ab Klasse 8 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt (siehe Lehrplan SI). In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Schulinternes Curriculum für das Fach Mathematik (Sek II)

Unterrichtsvorhaben

Die Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann.

Die „konkretisierten Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.3) dienen der standardbezogenen Orientierung und haben empfehlenden Charakter. Begründete Abweichungen sind unter Berücksichtigung der ausgewiesenen Kompetenzen des Kernlehrplans möglich.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
<u>*Unterrichtsvorhaben I:*</u> **Thema:** *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundlegende Eigenschaften von Potenz- und Sinusfunktionen **Zeitbedarf:** 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben II:*</u> **Thema:** *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs **Zeitbedarf**: 8 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben III:*</u> **Thema:** *Entwicklung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen und Potenzfunktionen **Zeitbedarf:** 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben IV:*</u> **Thema:** *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Mehrstufige Zufallsexperimente **Zeitbedarf:** 8 Std.

Einführungsphase Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben V:*</u> **Thema:** *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf:** 6 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VI:*</u> **Thema:** *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Koordinatisierungen des Raumes **Zeitbedarf**: 4 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben VII:*</u> **Thema:** *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Vektoren und Vektoroperationen **Zeitbedarf**: 8 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VIII:*</u> **Thema:** *Wachstumsvorgänge – Modellieren mithilfe der Exponentialfunktion (E-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grudnlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen **Zeitbedarf**: 12 Std.
<u>**Summe Einführungsphase: 86 Stunden**</u>	

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS</th></tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben I:</u>

Thema:
Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, Besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren, Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Funktionen als mathematische Modelle

Zeitbedarf: GK 29 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben II:</u>

Thema:
Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion)

Zentrale Kompetenzen:
• Kommunizieren, Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Grundverständnis des Integralbegriffs
• Integralrechnung

Zeitbedarf: GK: 21 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben III:</u>

Thema:
Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: GK: 15 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u>

Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Modellieren, Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Funktionen als mathematische Modelle
• Fortführung der Differentialrechnung
• Integralrechnung

Zeitbedarf: GK: 16 Std.</td>
</tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS: 81 Stunden</u></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS</th></tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben V:</u>

Thema:
Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: GK 20 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u>

Thema:
Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: GK: 18 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u>

Thema:
Wahrscheinlichkeit – Statistik: Ein Schlüsselkonzept

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: GK: 22 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u>

Thema:
Von Übergängen und Prozessen

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: GK: 12 Std.</td>
</tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 72 Stunden</u></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
Unterrichtsvorhaben I: **Thema:** *Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, Besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle **Zeitbedarf:** LK: 30 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema:** *Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren, Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung **Zeitbedarf:** LK: 31 Std
Unterrichtsvorhaben III: **Thema:** *Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf:** LK: 26 Std	*Unterrichtsvorhaben IV:* **Thema:** *Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf:** LK: 33 Std.

<table>
<tr>
<td>

<u>Unterrichtsvorhaben V:</u>

Thema:
Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf)

Zentrale Kompetenzen:
- Modellieren
- Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)
- Skalarprodukt

Zeitbedarf: LK: 20 Std.

</td>
<td>

<u>Unterrichtsvorhaben VI:</u>

Thema:
Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)

Zentrale Kompetenzen:
- Argumentieren
- Kommunizieren
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
- Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: LK: 19 Std

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2" align="center"><u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 159 Stunden</u></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben VII</u>

Thema:
Abstände und Winkel

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Lagebeziehungen und Abstände
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: LK: 25 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u>

Thema:
Wahrscheinlichkeit – Statistik - Testen von Hypothesen

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
• Binomialverteilung
• Testen von Hypothesen

Zeitbedarf: LK: 30 Std</td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben IX</u>

Thema:
Stetige Zufallsgrößen - Normalverteilung

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Normalverteilung

Zeitbedarf: LK: 15 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben X:</u>

Thema:
Von Übergängen und Prozessen

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: LK: 14 Std</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS 84 Stunden</u></td></tr>
</table>

2.1.2 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	18
III	E-A3	12
IV	E-A4	12
V	E-G	12
VI	E-S1	9
VII	E-S2	9
	Summe:	87
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	29
II	Q-GK-A2	21
III	Q-GK-A3	15
IV	Q-GK-A4	16
	Summe:	81
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
V	Q-GK-G1	20
VI	Q-GK-G2	18
VII	Q-GK-S1	22
VIII	Q-GK-S2	12
	Summe:	72

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Stundenzahl**
I	Q-LK-A1	30
II	Q-LK-A2	31
III	Q-LK-A3	26
IV	Q-LK-A4	33
V	Q-LK-G1	20
VI	Q-LK-G2	19
	Summe:	159
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
VII	Q-LK-G3	25
VIII	Q-LK-S1	30
IX	Q-LK-S2	15
X	Q-LK-S3	14
	Summe:	84

2.1.3 *Konkretisierte Unterrichtsvorhaben*

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Heinrich-Heine-Gymnasiums verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.1 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur individuellen Förderung, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

Einführungsphase

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Probleme • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf und unterstützen sie beispielgebunden (Vermuten) • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (Begründen) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten in Expertengruppen gestützt auf individuelles Vorwissen und geeignete Materialien jeweils eine schon bekannte Funktionsklasse (lineare, quadratische Funktionen, Potenzfunktion) und stellen diese vor. Der Funktionsbegriff wird auf ganzrationale Funktionen erweitert. Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden.

Thema: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … grafischen Messen von Steigungen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Thema: *Entwicklung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion
- beschreiben Eigenschaften von Funktionsgraphen
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)*
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)*
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)*

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)*
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)*

</td><td>

Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.
Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.
Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgabe Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.
Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten.
Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.
Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

</td></tr>
</table>

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Kommunizieren (Produzieren)

Die Schülerinnen und Schüler

- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege
- verwenden Fachsprache und fachspezifische Notationen

</td><td>

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

Die Auswahl zwischen kartesischen und anderen Koordinaten kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit im Kontext der Spidercam getroffen werden: Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten.

Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden. (Hier empfiehlt die Fachkonferenz bewusst, über die Anforderungen des Kernlehrplanes hinauszugehen, damit die künftige Beschränkung auf kartesische Koordinaten in Kenntnis anderer, verbreitet üblicher Koordinatisierungen erfolgt.)

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen" Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

</td></tr>
</table>

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)*
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)*

</td><td>

Neben anderen Kontexten kann auch hier die Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.
Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

</td></tr>
</table>

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinne und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation, analysieren und strukturieren sie *(Erkunden)*	Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

• überprüfen Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität (*Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	

Thema: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	*Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).* Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Q-Phase Grundkurs

Thema: Eigenschaften von Funktionen *(Q-GK-A1)* **(Buch Kapitel I)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben • notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden • Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen • Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“) • Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren • Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (*Strukturieren)*, • zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten (*Mathematisieren)*, • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. *Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.* An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. *Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.* Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Fragestellung beurteilen (*Validieren*). **Problemlösen** • Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, einfache und komplexe mathematische Probleme, analysieren und strukturieren die Problemsituation erkennen und formulieren (*Erkunden*), • Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen(*Lösen*) **Argumentieren** • mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen, vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum *Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen* *Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle),* *zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen,* *grafischen Messen von Steigungen* *Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle*	Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. *Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.* Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst später (Q-GK-G2) die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

Thema: Schlüsselkonzept: Integral *(Q-GK-A2)* **(Buch Kapitel II)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren, • die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten, • zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren • an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen • geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern • Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen, • die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen • den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate (LK oder der Randfunktion) ermitteln, • Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten (LK: und uneigentlichen) Integralen ermitteln • Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen (auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge) bestimmen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Argumentieren** • Vermutungen aufstellen, Vermutungen beispielgebunden unterstützen,	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). *Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.* Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. *Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.* Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A1) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.

Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren (*Vermuten*), • Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff) vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären (*Begründen)* **Kommunizieren** • Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, • Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern (*Rezipieren)*. • eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren (*Produzieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge nutzen zum *Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals, mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen nutzen*	*Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.* Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen nicht nur mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: Exponentialfunktion *(Q-GK-A3)* **(Buch Kapitel III)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben • die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden • die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben • die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden • in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden • Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (*Strukturieren*) • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren (*Validieren*) **Problemlösen** • Muster und Beziehungen erkennen, Informationen recherchieren (*Erkunden*) • ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen *(Lösen)*	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Argumentieren • Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren (*Vermuten*) • math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen (*Begründen*) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen (*Beurteilen*) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum *Erkunden Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle*	

Thema: Zusammengesetzte Funktionen *(Q-GK-A4)* **(Buch Kapitel IV)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung) • die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden • die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden, • die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Problemlösen** • heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen (*Lösen)* **Argumentieren** • Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren (*Vermuten)*, • math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen,	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert

verschiedene Argumentationsstrategien nutzen (*Begründen)* • lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren (*Beurteilen)* **Kommunizieren** • eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden (*Produzieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle reflektieren und begründen von Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	

Thema: Geraden*(Q-GK-G1)* **(Buch Kapitel V)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • Geraden in Parameterform darstellen • den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren • Strecken in Parameterform darstellen • die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren • Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen • Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten • das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen • mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (*Strukturieren*), • zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten (*Mathematisieren*), • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern (*Validieren*)	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. *Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.* Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software; • nutzen digitale Werkzeuge zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, Darstellen von Objekten im Raum	

Thema: Ebenen(*Q-GK-G2*) **(Buch Kapitel VI)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen • den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben • den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, anwenden • die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren • Ebenen in Parameterform darstellen • Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen • Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Problemlösen** • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden)* • Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen (*Lösen*),	Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. *Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.* In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren. Die Lösungsmengen werden nicht nur mit dem GTR bestimmt, zentrale

• verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren (*Reflektieren*). **Kommunizieren** • die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren (*Produzieren*) • ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen (*Diskutieren*). **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, Darstellen von Objekten im Raum	Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des erhaltenen Ergebnisses sowie die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) mit der algebraischen Formalisierung.

Thema: Wahrscheinlichkeit – Statistik *(Q-GK-S1)* **(Buch Kapitel VIII)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler sollen* • Lage- und Streumaße von Stichproben untersuchen, • den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern • den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen • Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden • die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen • den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben • Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen • anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen • anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (*Strukturieren)*,	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler aus der Sekundarstufe I reaktiviert: Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeits-verteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

• zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten (*Mathematisieren*), • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung beurteilen, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren (*Validieren*). **Problemlösen** • Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen (*Erkunden*), • die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren (*Reflektieren*) **Kommunizieren** • zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen (*Diskutieren*) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen.	Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von *n* und *p* ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen. Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten. In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen

	Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. *Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.* *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

Thema: Stochastische Prozesse *(Q-GK-S2)* **(Buch Kapitel X)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler sollen* • *stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben* • *die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse verwenden (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände).* **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *(Strukturieren)*, • einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen *(Mathematisieren)* **Problemlösen** • eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren, heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen, Muster und Beziehungen erkennen *(Erkunden)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen, Reflektieren und Begründen der Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	*Hinweis:* *Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Thema: Eigenschaften von Funktionen *(Q-LK-A1)* **(Buch Kapitel I)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben • notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden • Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen • Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“) • Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren • Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren und ihren Einfluss von Eigenschaften von Funktionsscharen untersuchen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (*Strukturieren*), • zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten (*Mathematisieren*), • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. *Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.* An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. *Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.* Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.

die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen (*Validieren*). **Problemlösen** • Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen einfache und komplexe mathematische Probleme, analysieren und strukturieren die Problemsituation erkennen und formulieren (*Erkunden*), • Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen (*Lösen*) **Argumentieren** • mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen, vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *Begründen*), **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle	Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung" des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. *Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.* Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst später (Q-LK-G2) die Blackbox „Gleichungslöser" zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

Thema: Schlüsselkonzept: Integral *(Q-LK-A2)* **(Buch Kapitel II)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler sollen* • Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren, • die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten, • zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren • an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen • geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern • den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen • Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen, • die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen • den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate (LK oder der Randfunktion) ermitteln, • Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten (LK: und uneigentlichen) Integralen ermitteln • Integrale mithilfe von gegebenen (auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge) bestimmen • den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern • Flächeninhalte mithilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). *Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.* Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. *Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.* Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A1) entwickelte numerische

bestimmen. • Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Argumentieren** • Vermutungen aufstellen, Vermutungen beispielgebunden unterstützen, Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren (*Vermuten)*, • Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff) vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären (*Begründen*) **Kommunizieren** • Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, • Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern (*Rezipieren)*. • eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren (*Produzieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum	Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. *Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.* Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen nicht nur mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrales Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	

Thema: Exponentialfunktion *(Q-LK-A3)* **(Buch Kapitel III)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler sollen • Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben • die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden • die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben und begründen • die Ableitung mit Hilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten • die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden • in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden • Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen • Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen verwenden und die Qualität der Modellierung exemplarisch mit begrenztem Wachstum vergleichen • die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion nutzen • die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion bilden **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *(Strukturieren)* • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

reflektieren (*Validieren*) **Problemlösen** • Muster und Beziehungen erkennen, Informationen recherchieren *(Erkunden)* • ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen *(Lösen)* **Argumentieren** • Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *(Vermuten)* • math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen (Beurteilen) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden, Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle	

Thema: Zusammengesetzte Funktionen *(Q-LK-A4)* **(Buch Kapitel IV)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: • in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung) • die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden • die Produktregel zum Ableiten von Funktionen anwenden • die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden, • die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden • die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten bilden, • die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen anwenden • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • Den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen • Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren • Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen • Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen • die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = 1/x$ nutzen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen***	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert

• heuristische Strategien und Prinzipien nutzen (*Lösen*) • Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*) • geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen (*Lösen*) ***Argumentieren*** • Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren (*Vermuten*) • math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, verschiedene Argumentationsstrategien nutzen (*Begründen*) • lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren (*Beurteilen*) ***Kommunizieren*** • eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden (Produzieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle, reflektieren und begründen von Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	

Thema: Geraden*(Q-LK-G1)* **(Buch Kapitel V)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: • Geraden in Parameterform darstellen • den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren • Strecken in Parameterform darstellen • die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren • Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen • Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten • das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen • mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** • zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (Strukturieren), • zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten (Mathematisieren), • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern (Validieren) ***Werkzeuge nutzen***	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. *Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.* Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Die Schülerinnen und Schüler • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software; • nutzen Digitale Werkzeuge zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, Darstellen von Objekten im Raum	

Thema: **Ebenen** *(Q-LK-G2)* **(Buch Kapitel VI)**

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:

darstellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise
den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben
den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, anwenden
die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren
Ebenen in Parameterform darstellen
Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen
Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten
geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform darstellen

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen

heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) auswählen, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln
Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen,
heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […])nutzen,

</td><td>
Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen.
Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.
</td></tr>
</table>

einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen (Lösen), • verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren (Reflektieren) **Kommunizieren** • die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren (Produzieren) • ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen (Diskutieren) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen *Digitale Werkzeuge zum* Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Objekten im Raum	Die Lösungsmengen werden nicht nur mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation der erhaltenen Lösungen sowie die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) mit der algebraischen Formalisierung.

Thema: Abstände und Winkel *(Q-LK-G3)* **(Buch Kapitel VII)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: • Ebenen in Koordinatenform darstellen • Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen • Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen • mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Problemlösen** • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen • Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln (Erkunden) Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen (Lösen), • verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschiede und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren (Reflektieren). **Kommunizieren** • die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren (Produzieren) • ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen (Diskutieren). **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* • Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • Darstellen von Objekten im Raum	

Thema: **Wahrscheinlichkeit – Statistik – Testen von Hypothesen** *(Q-LK-S1)* **(Buch Kapitel VIII)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: • Lage- und Streumaße von Stichproben untersuchen, • den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern • den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen • Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden • die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen • die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten erklären • den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben • die Sigma-Regeln für prognostische Aussagen nutzen • Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen • anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen • Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren • Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren,	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler aus der Sekundarstufe I reaktiviert: Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. *Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.* Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (*Strukturieren)*, • zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten (*Mathematisieren)*, • die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung beurteilen, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren (*Validieren)*. **Problemlösen** • Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen (*Erkunden)*, • die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren *verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen* *Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren* *Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung variieren (Reflektieren)* **Kommunizieren** • zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen (*Diskutieren)* **Werkzeuge nutzen** • Digitale Werkzeuge nutzen zum *Generieren* von *Zufallszahlen,* *Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten,* *Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeits-verteilungen* *Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeits-verteilungen* *Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen* *Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomial-verteilten Zufallsgrößen.*	Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von *n* und *p* ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen. Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten. In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen

	Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. *Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.* *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

Thema: Stetige Zufallsgrößen – Normalverteilung *(Q-LK-S2)* (Buch Kapitel IX)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: • diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten • den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung beschreiben und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß'sche Glockenkurve) • stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren (Strukturieren) • zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten (Mathematisieren). **Problemlösen** • Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen (Erkunden) • die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren (*Reflektieren)* **Kommunizieren** • zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen,	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. *Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche*

Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen (*Diskutieren*) **Werkzeuge nutzen** • Digitale Werkzeuge nutzen zum *Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen.*	*Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.*

Thema: **Stochastische Prozesse** *(Q-LK-S3)* **(Buch Kapitel X)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: • stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben • die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse verwenden (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). **Prozessbezogene Kompetenzen:** **Modellieren** • Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen (Strukturieren), • einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen (Mathematisieren) **Problemlösen** • *eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren, heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen, Muster und Beziehungen erkennen (Erkunden)* **Werkzeuge nutzen** • Digitale Werkzeuge nutzen zum *Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen* • Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	*Hinweis:* *Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

2.1.4 *Inhalte des Mathematik Vertiefungskurses in der Einführungsphase*

1. Halbjahr

- **Funktionsbegriff** (Darstellungen einer Funktion, Funktionswerte am Graphen ablesen…)
- **lineare Funktionen**:
- Geradengleichung aufstellen (2 Punkte, Punkt/Steigung),
- Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Schnittpunkte zweier Geraden
- lineare Funktionen im Sachzusammenhang
- **quadratische Funktionen:**
- Graph einer quadratischen Funktion
- verschiedene Darstellungen einer quadratische Funktion (Normal,- und Scheitelpunktsform)
- quadratischen Funktionen aufstellen
- quadratischen Funktionen im Sachzusammenhang

2. Halbjahr

- Ableitungsregeln
- graphisches Ableiten (insb. Ableitungsgraphen und Funktionsgraphen zuordnen)
- Unterschied zwischen mittlerer und momentaner Änderungsrate (auch an konkreten Sachzusammenhängen)
- Extremstellen bestimmen
- **Vorbereitung auf die zentrale Klausur**

2.2 *Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit*

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen wenn möglich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt(vgl. Abschnitt 2.3)
23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
24) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen

2.3 *Individuelle Förderung*

Einer individuellen Förderung der Schülerinnen und Schüler fühlt sich die Fachgruppe Mathematik sowohl mit Blick auf den Ausgleich von Lern- und Verständnisdefiziten als auch auf den Ausbau von besonderen mathematischen Fähigkeiten verpflichtet. Für die Realisierung im Unterricht bieten sich unterschiedliche Szenarien an, aus denen situativ jeweils die geeignetste Variante ausgewählt werden sollte:

- Nutzung der anforderungsdifferenzierten Lernangebote des Lehrwerks im Rahmen der zusammenfassenden Kapitel „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“
- Hinzuziehen zusätzlicher Arbeitsmaterialien zum Training grundlegender Fertigkeiten bzw. Verfahrensweisen (z.B. Basistraining Analysis bzw. Basistraining Analytische Geometrie / Stochastik, Klett-Verlag)
- Arbeit in leistungshomogenen Gruppen an schwierigkeitsdifferenzierten Materialien mit anschließender Präsentationsphase
- Arbeit in leistungsheterogenen Gruppen an Aufgaben mit gleichen Anforderungsniveau mit dem Ziel der Etablierung von Lernteams
- Abgabe von in Hausaufgabenphasen erarbeiteten Lösungen / Lösungsansätzen zur Dokumentation des erreichten Lernfortschritts sowie zur weiteren strategischen Arbeitsplanung

.

2.4 *Grundsätze der Leistungsbewertung und -rückmeldung*

GRUNDSÄTZLICHES

Leistungsbewertung muss transparent sein und dabei im Bezug stehen zu den Richtlinien und zum Curriculum. Sie muss also kriterien- und kompetenzorientiert sein.

Die schriftliche Leistung und die Sonstige Mitarbeit sind gleichwertig.

Die festgelegten Vereinbarungen zur Leistungsbewertung sollten in den Lerngruppen transparent gemacht werden, dies gilt vor allem für die Zusammensetzung der mündlichen Note sowie für jede schriftliche Arbeit

2.4.1 *Klausuren in der Sekundarstufe II*

KRITERIEN DER KORREKTUR VON KLAUSUREN

- Klausuren dienen der schriftlichen Überprüfung der Lernergebnisse einer vorausgegangenen Unterrichtssequenz. Sie bedürfen angemessener Vorbereitung und verlangen klar verständliche Aufgabenstellungen.
- Die Aufgabenstellungen sollen vom Anforderungsniveau her unterschiedlich sein. Es ist empfehlenswert, einen Teil der Aufgaben dem reproduktiven Bereich zu entnehmen. Insgesamt sollen neben Aufgaben mit mittlerem Anforderungsbereich (ca. 60%) auch einfache (ca. 20%) und komplexere, schwierigere (ca. 20%) Aufgaben vorkommen.
- Darüber hinaus sollen Aufgaben gestellt werden, bei denen es um Begründungen, Darstellungen von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen geht.
- Bei der Korrektur ist darauf zu achten, dass auch Teillösungen und Lösungsansätze hinreichend bei der Punktevergabe berücksichtigt werden.
- Fehler, die sich durch Lösungswege als „Folgefehler“ hindurch ziehen, dürfen nur einmal zu Punktabzug führen.

- Stellen Schüler fest, dass ihr Lösungsweg einen Fehler enthält, weil z.B. das Ergebnis nicht plausibel erscheint, und macht er das durch einen geeigneten Kommentar deutlich, so ist dies bei der Bewertung positiv zu berücksichtigen.
- Die Art der Darstellung, die Präzision in der Ausdrucksweise sowie sprachliche Richtigkeit sind angemessen bei der Bewertung zu berücksichtigen.
- Die Bewertung der Zusatzaufgaben darf 15% der Gesamtpunktzahl nicht überschreiten.
- Es werden **Noten** in den Klausuren mit Tendenz angegeben.
- Bei Verwendung eines Bewertungsbogens oder anderer Punktsysteme ist in der Sekundarstufe II eine Leistung ausreichend, wenn mindestens 40% der Gesamtpunktzahl erreicht wurden.
- Bei **gravierenden Verstößen** gegen die sprachliche Richtigkeit kann die Leistung bis zu einer Notenstufe herabgesetzt werden.

ANZAHL UND LÄNGE VON KLAUSUREN:

jeweils zwei Klausuren pro Halbjahr

- **EF**: **Gk** 2 Unterrichtsstunden
- **Q1: Gk** 2 Unterrichtsstunden, **Lk** 4 Unterrichtsstunden
- **Q2: Gk** 3 Unterrichtsstunden, **Lk** 4 Unterrichtsstunden

2.4.2 *Bewertung der sonstigen Mitarbeit*

Beteiligung am **Unterrichtsgespräch**

- Fähigkeit, Beiträge strukturiert und präzise zu formulieren
- Bereitschaft und Fähigkeit, sich auf Frage- und Problemstellungen einzulassen, diese zu erfassen und zu deren Lösung beizutragen
- Bereitschaft und Fähigkeit, den eigenen Standpunkt zu begründen, zur Kritik zu stellen und ggf. zu korrigieren

- Bereitschaft und Fähigkeit, Beiträge anderer aufzugreifen, zu prüfen und fortzuführen
- Fähigkeit, fachmethodisch und fachsprachlich zu arbeiten
- Nachweisen von fachlichen Kenntnissen, Fähigkeiten und von fachlichem Verständnis

Gruppenarbeit (die einzelnen Phasen der Gruppenarbeit sollten nach Möglichkeit einzeln bewertet werden):

- Themensammlung, -auswahl
- Recherche
- Organisation des Arbeitsprozesses (Planung der Arbeitsschritte, zeitliche Planung, Aufgabenverteilung, Absprachen…)
- Präsentation und Evaluation

Lerndokumentation (Heftführung, Portfolio u.ä.)

- Vollständigkeit und Umfang
- Gestaltung und Ordnung
- sachliche Richtigkeit
- korrekte Anwendung von Fachterminologie und Fachmethodik
- Aufbau/Struktur
- Umgang mit Quellen

Referate, Präsentationen von Unterrichtsergebnissen

- sachliche Richtigkeit
- Verwendung von richtiger Fachterminologie und –methodik
- sinnvoller Aufbau
- funktionaler Einsatz von Medien
- Adressatenbezug
- Umgang mit Quellen

Dokumentation

- **offene Unterrichtsformen** wie z.B.: Stationenlernen, Projekte, Freiarbeit…
- **schriftliche Tests** über die letzten 3-6 Unterrichtsstunden (Dauer höchstens 20 min.)

Die SoMi-Leistung muss **regelmäßig dokumentiert** werden.

Der Einsatz von **Selbstevaluationsbögen** kann den SuS helfen, die eigene Leistung besser einzuschätzen, zu reflektieren und zu verbessern.

2.5 *Facharbeit*

Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur im 2.Halbjahr der Q1 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt.

Die Mathematiklehrer sind dazu angehalten die Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Q1 über mögliche Themen einer Facharbeit zu informieren und die Anforderungen transparent machen. Die fächerübergreifende Regelungen für die Anfertigung von Facharbeiten gemäß Facharbeitskonzept sind einzuhalten.

2.6. *Lehr- und Lernmittel*

In beiden Sekundarstufen kommt das Schulbuch „Lambacher Schweizer“ aus dem Klett-Verlag zum Einsatz. Dabei wird in der Qualifikationsphase zwischen einem Grundkurs und einem Leistungskursbuch unterschieden.

In der Sek II wird ab der Einführungsphase regelmäßig mit einer Formelsammlung gearbeitet.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Durch die unterschiedliche Belegung von Fächern können Schülerinnen und Schüler Aspekte aus anderen Kursen mit in den Mathematikunterricht einfließen lassen. Es wird Wert darauf gelegt, dass in bestimmten Fragestellungen die Expertise einzelner Schülerinnen und Schüler gesucht wird, die aus einem von ihnen belegten Fach genauere Kenntnisse mitbringen und den Unterricht dadurch bereichern. Dies wäre besonders in Anwendungsaufgaben, in denen z.B. biologische oder physikalische Fragestellungen behandelt werden, der Fall.

Exkursionen und Fahrten

In der gymnasialen Oberstufe sollen in Absprache mit der Stufenleitung nach Möglichkeit unterrichtsbegleitende Exkursionen durchgeführt werden. Diese sollen im Unterricht vor- bzw. nachbereitet werden und können auch fachübergreifend stattfinden.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz (als professionelle Lerngemeinschaft) trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist bis 2025 für die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, wird in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.